

## تطبيقات النماذج الرياضية والإحصائية في دراسة مورفومترية الوديان الجافة: وادي نساح بالمملكة العربية السعودية

### The Application of Statistical and Mathematical Models of a Morphometric Study of Dry Valleys: Nessah Valley in Saudi Arabia

مشاعل بنت محمد آل سعود

Meshael Mohamed Al-Saud

قسم الجغرافيا - كلية الآداب - جامعة الملك سعود - الرياض - المملكة العربية السعودية  
King Saud University - Riyadh - Saudi Arabia

**المستخلص:** في هذه الورقة يتم عرض تطبيقات لكثير من الأساليب الرياضية والإحصائية في دراسة مورفومترية أنجزت في شيب نساح بالمملكة العربية السعودية، حيث تمركزت الدراسة على بناء نموذج أرضي Terrain Model (TM) مكون من شطرين أحدهما نموذج رقمي Digital Terrain Model (DTM) وهو يمثل تجسيدا للأرض رقميا ، والآخر هو النموذج الرياضي Mathematical Terrain Model (MTM) الذي يمثل مجموعة من المعادلات الرياضية والإحصائية التي تتفق مع متطلبات الدراسة المورفومترية للوادي حيث تطبق على البيانات الرقمية من خلال عمليات نمذجة حاسوبية ، ولقد كان من تطبيق هذه الأساليب الرياضية والإحصائية الحصول على نتائج ذات تأثير وإثراء وتميز للبحث ليست فقط في القياسات الميدانية بل في تحليل واستقراء البيانات لاستخلاص الخصائص المورفومترية المختلفة ( المائية ، والشكلية ، والتضاريسية ، وخصائص الكثافة النهرية ) وإيجاد العلاقات الارتباطية فيما بينها وأيضا تشييد المخططات الأفقية (البلانيمترية) المرتبطة بها . وقد تم التوصل إلى هذه النتائج من خلال المراحل البحثية التالية : تعزيز العمل الميداني من خلال ضبط للأرصاء الجيوديسية بشرط التريعات الصغرى Adjustment of observation by least squares للعلامان جاوس (Gauss) وتيلور (Tailor)، تعيين قوة الارتباط بين الأرصاء والخصائص المورفومترية وتحديد مستوى دلالتها significance من خلال تطبيقات معادلات الارتباط للعالم (Pearson) والارتباط الجزئي (Partial correlation) ، وتطبيق الاختبار الإحصائي المعروف بـ (t-test)، إيجاد أنسب معادلات لتمثيل الانحدار في الوادي الرئيسي وروافده بتطبيق معادلات الانحدار البسيط Simple regression ، والمركب (كثيرات الحدود) Polynomial حتى الدرجة الرابعة 4<sup>th</sup> other تعيين الاحداثيات الجيوديسية والكارثيزية والمحلية والتحويل فيما بينها وذلك ضمن ثوابت السفروثيد العالمي وثوابت جيوب تمام التوجيه لنقطة المرجع الجيوديسي المحلي الثابتة وتم ذلك بتطبيق معادلات رياضية متعارف عليها . بناء قاعدة مورفومترية لاستخلاص الخصائص المورفومترية المختلفة ( المائية ، والشكلية ، والتضاريسية ، وخصائص الكثافة النهرية ) ، وتم ذلك بتطبيق قوانين في الهندسة التحليلية الفراغية لإيجاد العناصر الأربع الأساسية المكونة لهذه القاعدة ، وهي : المسافات ، والاتجاهات ، والمساحات ، والارتفاعات ، هذه العناصر تغطي كافة المتطلبات لمعتبرات القوانين الرياضية المتعددة والمستخدمة في استخلاص الخصائص المورفومترية . إيجاد علاقات ارتباط بين الخصائص المورفومترية ثنائية ، ومتعددة بين تسع خصائص بعد تحديد أي المتغيرات ثابتة وأيهما يكون تابع (من خلال التبدل فيما بينها بالارتباط الجزئي) ، وقد تم هذا العمل من خلال البرنامج الإحصائي SAs ، وقد استخلصت أفضل معادلات الانحدار بين الخصائص المورفومترية التسع . استخدام رياضيات المصفوفات في إيجاد ثوابت معادلات الانحدار المركب وتحديد معادلات الأخطاء Error equation لضبط الأشكال المورفومترية . المساهمة الفعالة في عمليات الرسومات البلانيمترية لحدود الشيب ومجره الرئيسي وروافده من خلال تطبيق قوانين المسافات والاتجاهات Azimuth والحسابات التراكمية وتعيين الإحداثيات بأنواعها .

**كلمات مدخلة:** وادي نساح ، السعودية ، دراسة مورفومترية إحداثيات جيوديسية وكارثيزية ، معادلات الإنحدار ، نموذج رياضي إحصائي.

**Abstract:** This paper deals with the application of numerous statistical and mathematical techniques used during a morphometric study that was conducted at Nessah mountain pass. The study focuses on building a Terrain Model (TM) made of two parts: the Digital Terrain Model, which represents the earth digitally, the other being the Terrain Mathematical Model, this model represents the mathematical and statistical functions that correspond with the morphometric study requirements of the valley, and consequently interacts with the digital data via a computer modeling process. The research was enhanced, affected and enriched with results obtained from the application of the mathematical and statistical techniques, not only of its field measurements, but also in the analysis. The data was used to determine the various morphometric characteristics; (water, morphic topographical and river density) and to find out the correlation relationships between them that will establish the related planometric drawings. This has been achieved through the following research stages:

- \*Enhancing the field work through the adjustment of Geodesic observation by the least squares.
- \*Assigning correlation power between the meteorology and the morphometric characteristics. Determination of their function significance level via the application of Pearson's correlation equations, and the partial correlation application of the statistical test known as (t Test).
- \*Detection of the most appropriate equations to represent the scope in the main valley and its feeders by the application of simple and compound regression equations (polynomial untill the 4<sup>th</sup> grade).
- \*To assign the geodesic, cartisic and local coordinates mathematically, their interconversion within suphroad international basics, the basics of the complete cosines direction to the basic local geodesic reference.
- \*To establish a morphometric base to extract the various morphometric characteristics (water, morphic, topographical, and river density characteristics). This was conducted by the application of solid, analytical geometry rules to find out the four basic components of such rules, these are: the distance, directions, areas and heights.
- \*To find out the correlation links between relations of the dual and multi morphometric characteristics and nine other characteristics, after specifying which variants are fixed and which are secondary through the alteration between them through partial correlation. The best regression equation between the nine morphometric characteristics have been specified and the mathematics of the matrixes have been employed to determine the basics of the compound regression equations. To specify the equation error used to adjust the morphometric forms. The application of Azimuth rules in distance, directions, accumulative calculations and the specification of the various coordinates in the planometric drawings operations of the mountain pass borders and its main course and its feeders.

**Keywords:** Nessah Vallay, Saudi Arabia, Morphometric study, Statistical and mathematical techniques, Geodesic, Cartisic.

## مقدمة

مر علم الجغرافيا وخاصة الجيومورفولوجيا بمراحل من التطور المعرفي شملت مجالاته ومنهجيته ، ومع بداية الستينات برزت الاتجاهات الكمية لمواجهة مشكلات جغرافية صعب حلها في إطار منهجية الوصف خاصة وأن علم الجيومورفولوجيا مجال لدراسة التنظيم المكاني الذي يعبر عنه في صورة نماذج وأنماط وعمليات للبحث ، ومنذ ذلك الحين أصبحت الأساليب الرياضية والإحصائية وما يترتب عليها من نماذج واقعية أو مثالية أسلوبا رائدا في البحوث الجيومورفولوجية بمعدل تزايد متطرد ، ولها أنماطها وسحنتها التي تعزز وتؤصل مراحل المنهج الافتراضي الاستنباطي (Hypothetic - deductive) الذي يطبق في الدراسات والبحوث . ويتضح أن ركائز ومقومات هذا المنهج مستمدة من قوانين ونظريات رياضية وإحصائية في الإحصاء الوصفي والاستدلالي ، وتحليل المتغيرات المتعددة (Multivariate analysis) بأنواعه ، وتحليل سلسلة ماركوف والتحليل الطيفي ، والتحليل التفاضلي ، ورياضيات المصفوفات والمحددات ، والهندسة الفراغية التحليلية وقد طبقت هذه الأساليب الإحصائية والرياضية على الدراسات الجيومورفولوجية لكثير من الكتاب الجيومورفولوجيين ، مثل : (Chorly, 1957, 1977) و (Doomkamp & King, 1971) و (Ebisemiju, 1987) و (Flint, 1974) و (Gardiner, 1990) و (Horton, 1932) و (Howard, 1977) و (Patton, 1985) و (Schuman, 1956) و (Strahlar, 1950, 1952, 1954, 1956, 1957, 1958 & 1964) وغيرها كثير .

## أهمية البحث

تكمن أهمية هذا البحث في كونه اعتمد الأساليب الرياضية والإحصائية في النمذجة الأرضية (Terrain Modeling) (شكل 1) حيث تعتبر جزءا حيويا وأساسيا ضمن البنية التركيبية structure للنموذج الرياضي الأرضي (Mathematical Terrain Model (MTM) ومن خلال تطبيقها على بيانات النموذج الأرضي الرقمي (Digital Terrain Model (DTM) يمكن الحصول ليس فقط على أدق النتائج في استخراج الخصائص المورفومترية ، وإعداد المخططات البلانيمترية ( دون نظيرها المستخلص من الأساليب الحقلية التقليدية ) ، بل أيضا أدى إلى توفير الوقت والجهد وهما عنصران يمثلان مطلبين حيويين منشودين في إجراء البحث العلمي المتطور .

## أهداف البحث

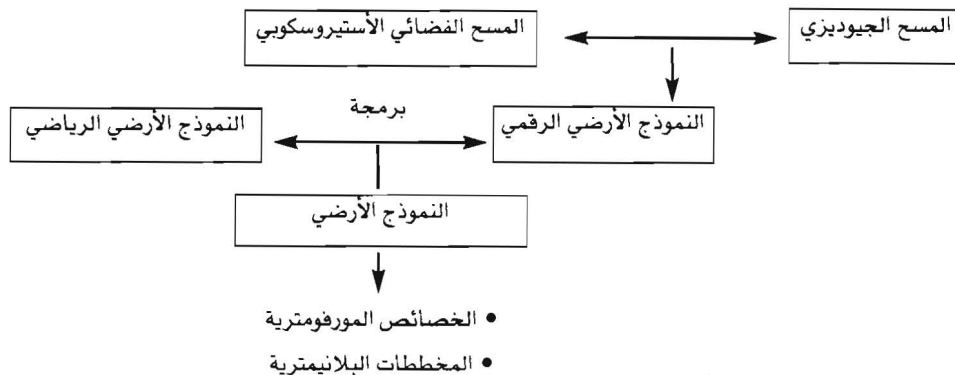
تتوخى الدراسة تحقيق الأهداف الأساسية التالية:

- 1- توضيح مراحل بناء النموذج الأرضي الرياضي للتحليل المورفومتري للوديان الجافة عامة
- 2- إبراز الأساليب الرياضية والإحصائية المستخدمة في تدقيق وضبط القياسات الجيوديزية الحقلية .
- 3- تطبيق النماذج الرياضية والإحصائية ( مكونات النموذج الرياضي ) على النموذج الرقمي لشعيب نساح .

ولتحقيق أهداف هذا البحث يتحدد أمامنا محورين أساسيين :

**الأول:** كيفية انتقاء معالجة الأساليب الرياضية والإحصائية لبناء نموذج رياضي يتعامل مع بيانات النموذج الرقمي بالتحليل المورفومتري للوديان الجافة عامة .

**الثاني:** تطبيق النموذج الرياضي على بيانات النموذج الرقمي للتحليل المورفومتري في شعيب نساح بالمملكة العربية السعودية .



شكل (1): كروكي يوضح مراحل بناء النموذج الأرضي

## المنهجية المتبعة

### 1- انتقاء المعالجات الرياضية والإحصائية لبناء النموذج الرياضي

بعد أن توفر لدينا نموذج أرضي رقمي يمثل تجسيد طوبوغرافي لمنطقة الدراسة ، ويبرز معالم التنوع والتباين و الاختلاف المورفومتري ، ويصلح لتحقيق أغراض علمية شتى ، تتجلى أمام أذهاننا أهداف البحث المرجوة ؛ فإذا كانت في مجال المورفومتري أو غيرها ، فيجب أن نطرح تساؤلات حول المتطلبات أو المخرجات اللازمة لتحقيق الأهداف المنشودة ، ولما كانت هذه الدراسة تتعلق بمورفومتري الوديان الجافة ، نطرح هذه التساؤلات :

**1-1-1** كيف يمكن استخلاص الخصائص المورفومترية المختلفة : ( المائية ، والشكلية ، والكثافة النهرية ، والتضاريسية ) من بيانات النموذج الرقمي العددية ؟

**1-1-2** ما هي قوة الارتباط بين أنواع الخصائص المورفومترية لكل رافد ؟ هل هي وهمية أم حقيقية ؟ وما مستوى الدلالة على صحة ذلك ؟

**1-1-3** ما هي هيئة انحدار الوادي الرئيسي وروافده ؟ .

**1-1-4** ما هي الأساليب الإحصائية الأخرى التي يمكن تطبيقها على الأنواع المختلفة للخصائص المورفومترية ؟

**1-1-1:** تحقيق التساؤل الأول: كيف يمكن استخلاص الخصائص المورفومترية المختلفة : ( المائية ، والشكلية ، والكثافة النهرية ، والتضاريسية ) من بيانات النموذج الرقمي العددية ؟

يتم تحقيق هذا التساؤل من خلال مرحلتين متتابعتين :

**1-1** تحويل إحداثيات بيانات النموذج الرقمي الجغرافي ( الجيوديزي ) إلى إحداثيات كارتيزية ومحلية .

**2-1** إعداد قاعدة البيانات المستخدمة في استخلاص الخصائص المورفومترية المختلفة .

**1-1** التحويلات بين الإحداثيات الجغرافية والكارتيزية والمحلية :

إذا رجعنا إلى النموذج العددي ، نجد أن كل نقطة (Pixel) لها إحداثيات جغرافية خطوط الطول  $(\varphi)$  ، وخطوط العرض  $(\lambda)$  ، وارتفاع (h) فوق Ellipsoid العالمي WGS 84 وحسب النظام العالمي للإسقاط (UTM) جدول (1) ، ولأن هذه البيانات تمثل الإحداثيات الجيوديزية (Geodetic coordinates) ، لا يصلح التعامل معها بهذه الهيئة في المعالجات الرياضية والإحصائية ؛ لذا يلزم تحويلها إلى درجات مئوية ثم إلى الإحداثيات الكارتيزية (Cartesian coordinates) (x, y, z) التي تلائم الاستخدامات الرياضية. ولاعتبارات الدقة الحسابية ، فقد اتفق على أن يكون لكل دولة إحداثيات كارتيزية محلية (Local coordinates) (E, n, h) تبدأ عند نقطة محددة متفق عليها معلومة الإحداثيات ؛ فبالنسبة للمملكة العربية السعودية نقطة البداية توجد بعين العبد وذات إحداثيات  $(\varphi_0-24^\circ)$  و  $(\lambda_0-46^\circ)$

**جدول (1)** يوضح عينة من مكونات النموذج الرقمي (نقاط جيوديزية بالدرجات والدقائق والثواني)

Point	Latitude (North)			Longitude (East)			Height (m)
1	23°	54´	57.07	46°	12´	15.88	891.750
2	23°	55´	48.91	46°	11´	22.06	858.238
3	23°	56´	40.76	46°	11´	26.65	839.709
4	23°	57´	35.87	46°	12´	7.06	825.116
5	23°	58´	24.13	46°	13´	58.06	810.010
6	23°	58´	37.17	46°	14´	33.53	802.825
7	23°	59´	21.20	46°	15´	0.00	792.441
8	23°	59´	40.92	46°	15´	21.85	788.257
9	24°	0´	0.00	46°	16´	8.06	786.615
10	24°	0´	30.47	46°	16´	50.26	785.675

مما سبق نجد أننا أمام متطلب انتقاء معادلات التحويل بين هذه الإحداثيات الجيوديزية ( الجغرافية ) ، والكارتيزية والمحلية . وفيما يلي نستعرض النماذج الرياضية الخاصة بهذه التحويلات والتي وردت في المرجع (Bowering, 1978):

أ- التحويل من إحداثيات جغرافية إلى إحداثيات كارتيزية (Geo cart)

$$X = (N + h) \cos \varphi \cos \lambda \quad (1)$$

$$Y = (N + h) \cos \varphi \sin \lambda \quad (2)$$

$$Z = \left[ (1 - e^2)N + h \right] \sin \varphi \quad (3)$$

حيث : X, Y, Z الإحداثيات الكارتيزية .  
 $\varphi, \lambda, Z$  الإحداثيات الجغرافية .  
 N, e ثوابت تتعلق بأبعاد Ellipsoid العالمي .  
 في هذه الحالة يكون التحويل مباشر .

ب- التحويل من إحداثيات كارتيزية إلى جغرافية Geo Cart

$$\lambda = \tan^{-1} \frac{Y}{X} \quad (4)$$

$$h = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\cos \varphi} - N \quad (5)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left[ \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \left( 1 - e^2 \frac{N}{N + h} \right)^{-1} \right] \quad (6)$$

في هذه الحالة الثانية يكون التحويل مباشر فقط بالنسبة لـ  $\lambda, \varphi, h$  ويتم الحصول عليها عن طريق التحليل المتدرج. (Iterative compviation)

ج- التحويل من إحداثيات كارتيزية إلى الإحداثيات المحلية (Cart Loc)

$$e = L_1(X - X_0) + m_1(Y - Y_0) + n_1(Z - Z_0) \quad (7)$$

$$n = L_2(X - X_0) + m_2(Y - Y_0) + n_2(Z - Z_0) \quad (8)$$

$$h = L_3(X - X_0) + m_3(Y - Y_0) + n_3(Z - Z_0) \quad (9)$$

حيث : e, n, h الإحداثيات المحلية .

( $L_1, L_2, L_3, m_1, m_2, m_3, n_1, n_2, n_3$ ) ثوابت جيوب تمام توجيه Direction cosines محاور جملة الإحداثيات المحلية .  
 $X_0, Y_0, Z_0$  ثوابت .

وتحسب جيوب تمام التوجيه Direction cosines للمحاور الإحداثية المحلية e, n, h من القوانين التالية :

$$L_1 = X \cdot \sin \lambda_0 \quad m_1 = \cos \lambda_0 \quad n_1 = 0 \quad (10)$$

$$L_1 = -\sin \varphi_0 \cos \lambda_0 \quad m_1 = \cos \varphi_0 \cos \lambda_0 \quad n_1 = \cos \varphi_0 \quad (11)$$

$$L_1 = \cos \varphi_0 \cos \lambda_0 \quad m_1 = \cos \varphi_0 \sin \lambda_0 \quad n_1 = \sin \varphi_0 \quad (12)$$

د- التحويل من إحداثيات محلية إلى كارتيزية (Cart Cart)

$$X = X_0 + L_1 \cdot e + m_1 \cdot n + n_1 \cdot h \quad (13)$$

$$Y = Y_0 + L_2 \cdot e + m_2 \cdot n + n_2 \cdot h \quad (14)$$

$$Z = Z_0 + L_3 \cdot e + m_3 \cdot n + n_3 \cdot h \quad (15)$$

2- بناء قاعدة بيانات الخصائص المورفومترية : و التي وردت في (Doomkamp & King, 1971)

إن كل خاصية من الخصائص المورفومترية العديدة غالباً لها معادلة لتعيينها ، وإن ذلك يتطلب إعداد قاعدة بيانات تكون عناصرها : المسافات ، الارتفاعات ، الاتجاهات ، والمساحات ، وذلك لأن هذه العناصر تمثل الوحدات التي تكفي لتغطية معادلات الخصائص المورفومترية : فمثلاً لتعيين خاصية

الكثافة التصريفية وهي خارج قسمة مجموع أطوال الأنهار في حوض رتبته  $u$  /مساحة الحوض المائي  $D_u = (\sum L)_u / A_u$  لرافد من قاعدة البيانات، نعين طول هذا الرافد من عنصر المسافة بين نقطتين في النموذج العددي ( بداية ونهاية الرافد ) باستخدام النموذج الرياضي لتحديد المسافات، ثم نعين أيضا مساحة هذا الرافد من عنصر المساحة في قاعدة البيانات المستخلصة من النموذج العددي باستخدام النموذج الرياضي للمساحات؛ فنحصل على الكثافة التصريفية للرافد .

ومما سبق نجد أننا أمام متطلب النماذج الرياضية اللازمة لإعداد قاعدة البيانات التي تستخدم في تحديد الخصائص المورفومترية وهذه النماذج وردت في مرجع وهي :

#### أ - المسافات : Distances

- المسافة بين نقطتين  $P_i, P_j$  :

$$D_{ij} = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2} \quad (16)$$

- المسافة الجزئية بين عدة نقط :

$$D = \sum_{i=1}^{i=m-1} \sqrt{(X_{j+1} - X_i)^2 + (Y_{j+1} - Y_i)^2 + (Z_{j+1} - Z_i)^2} \quad (17)$$

حيث أن  $m$  عدد النقاط التي نريد أن نحسب المسافات بين أولها وآخرها .

$i$  متغير مستقل صحيح يتحول من 1 إلى  $m - 1$  إحداثيات نقطة البداية .

#### ب - الارتفاعات : (Heights)

- الارتفاع بين نقطتين :  $\Delta h_i = h_j - h_i$

- فرق الارتفاع  $\Delta h$  بين عدد  $m$  من النقاط المتتالية :

$$\Delta h = \sum_{i=1}^{i=m-1} (h_{i+1} - h_i)$$

حيث أن :

$m$  : عدد النقاط التي نريد أن نحسب فرق الارتفاع بين أولها وآخرها .

$i$  : متغير مستقل صحيح يتحول من 1 إلى  $m - 1$

$h_i$  : الارتفاع السفيريدي ellipsoid للنقطة  $P_i$

#### ج - الاتجاهات (Azimuth)

$$AZ_{ij} = \tan^{-1} \left[ \frac{L_1(X_j - X_i) = m_1(Y_j - Y_i) + n_1(Z_j - Z_i)}{L_2(X_j - X_i) = m_2(Y_j - Y_i) + n_2(Z_j - Z_i)} \right] \quad (18)$$

حيث أن :

$AZ_{ij}$  هو سمت النقطة  $P_j$  عند  $P_i$

أي الزاوية الموجهة بين الشمال الجغرافي  $P_i P_j$

#### د - المساحات (Areas) بدلالة المسقط وليس فراغي )

$$area = \sum_{i=1}^{i=m-1} (e_{j+1} - e_i)(n_{j+1} - n_i)/2$$

1-2: تحقيق التساؤل الثاني: ما قوة الارتباط بين أنواع الخصائص المورفومترية لكل رافد ؟ هل هي وهمية أم حقيقية ؟ وما مستوى الدلالة على صحة ذلك ؟

إن التوصل إلى هذه النقطة يعطينا ثقة واطمئنانا وتحقيقا لدقة الأساليب الجيوديزية والفضائية المجسمة والرياضية التي أجريت سابقا لاستخلاص الخصائص المورفومترية ، نبدأ أولا بإيجاد قوة الارتباط بين (خاصيتين مورفومتريتين) أحدهما تابعة والأخرى متغيرة ، ثم نزيد بإيجادها بين عدة خصائص مورفومترية بحيث تكون هناك خاصية واحدة هي المتغيرة التابعة والخصائص الأخرى هي المتغيرات المستقلة ، كما ورد في أسلوب (Doornkamp and King, 1971).

## 1 - قوة الارتباط بين خاصيتين مورفومتريتين :

بعد أن تم إدراج الخصائص المورفومترية في جداول ، اخترنا خاصيتين منهما إحداهما متغيرة تابعة (y) والأخرى متغيرة مستقلة (X) لتحديد مدى المتانة بينهما ضمن تجاوز مقبول وهو ما يعرف بالطريقة التجريبية Empirical method، فإذا وجد تجاوز كبير في هذه العلاقة خارج حدود ثلاثة أمثال الانحراف المعياري فإنها تسقط ، ومن النماذج الإحصائية المستخدمة لتعيين قوة الارتباط ؛ نموذج Pearson:

$$r = \frac{\sum(x-y) - nx.y}{\sqrt{(\sum x^2 - nx^2)(\sum y^2 - ny^2)}} \quad (19)$$

حيث أن : y, x المتغيران المستقل x و التابع y

n أعداد هذه المتغيرات .

x, y المتوسطان الحسابيين للمتغيرين X و y

وتتراوح قيم r بين (+) للعلاقة القوية جدا، و (-) للعلاقة الضعيفة جداً .

وللبحث في مستوى دلالة (Significance) معامل الارتباط ، فإن ذلك يتم عن طريق حساب العامل t ، وذلك من العلاقة التالية :

$$t = \sqrt{\frac{(n-2)}{(1-r^2)}} r \quad (20)$$

وإذا ثبت لدينا متانة العلاقة بين الخاصيتين المورفومتريتين بمستوى دلالة مميز ، فيمكن إيجاد العلاقة الخطية بينهما بتعيين معادلة الانحدار

البسيط Simple regression:  $by = a + bx$  ، ثوابت يمكن تعيينها رياضيا حيث :

$$a = y - b x ; b = \frac{\sum(x-y) - nx.y}{\sum(x^2) - n(y)^2} \quad (21)$$

## 2 - الارتباط بين عدة خصائص مورفومترية :

لإيجاد العلاقة بين عدد من الخصائص المورفومترية ( المستقلة ) وبين خاصية مورفومترية أخرى ( متغير تابع ) فإن ذلك يعبر عنه رياضيا بعلاقات

كثيرات الحدود Polynomial:  $y = a + b \cdot x_1 + c \cdot x_2 + \dots + n \cdot x_n$

حيث أن : a, b, c ثوابت

ولكي تكون هذه العلاقة حقيقية وليست وهمية فإنه يجب أن تكون الفروق بين قيم الخصائص التي يمكن أن تستخرج عن طريق هذه العلاقة

( بعد تعيين الثوابت ) وبين القيم المقاسة لهذه الخصائص داخل حدود الانحراف المعياري ؛ أي تحقيق شرط التريبيمات الصغرى ، والأسلوب الرياضي الصحيح المتبع لتحقيق ذلك هو :

1-2: إيجاد ثوابت كثيرة الحدود .

2-2: حساب قوة ارتباط العناصر فيما بينها كمجموعة واحدة أولاً .

3-2: تقييم الخصائص المورفومترية أزواجا للتعرف على مدى متانة قوة الارتباط بين هذه المتغيرات .

وتعبر الباحثة عن هذا الأسلوب الرياضي الموضح بالنماذج التالية :

## 1-2: إيجاد ثوابت كثيرة الحدود : حسب ما ورد في أسلوب (Doornkamp &amp; King, 1971)

• تكون جدول جداءات ديكارتية لتكوين معادلات نظامية للارتباط المتعدد :

n	$\sum x_1$	$\sum x_2$	$\sum x_3$	...	$\sum y$
$\sum x_1$	$\sum x_1 x_1$	$\sum x_1 x_2$	$\sum x_1 x_3$	...	$\sum x_1 y$
$\sum x_2$	$\sum x_1 x_2$	$\sum x_2 x_2$	$\sum x_2 x_3$	...	$\sum x_2 y$
$\sum x_3$	$\sum x_1 x_3$	$\sum x_2 x_3$	$\sum x_3 x_3$	...	$\sum x_3 y$

بفرض وجود علاقة بين ثلاثة خصائص مورفومترية  $x_1, x_2$  متغيران مستقلان ،

(Y) متغير تابع ، تكون المعادلات النظامية:

$$\sum Y = na + \sum(x_1)b + \sum(x_2)c \quad (22A)$$

$$\sum(x_1y) = \sum(x_1)^2a + \sum(x_1^2)b + \sum(x_1x_2)c \quad (22B)$$

$$\sum(x_2y) = \sum(x_2)^2a + \sum(x_1x_2)b + \sum(x_2^2)c \quad (23C)$$

من هذه المعادلات يمكن تعيين الثوابت كما يلي :

$$a = \frac{\begin{vmatrix} \sum(y) & \sum(x_1) & \sum(x_2) \\ \sum(x_1y) & \sum(x_1^2) & \sum(x_1x_2) \\ \sum(x_2y) & \sum(x_1x_2) & \sum(x_2^2) \end{vmatrix}}{D} \quad (23A)$$

$$b = \frac{\begin{vmatrix} n & \sum(y) & \sum(x_2) \\ \sum(x_1) & \sum(x_1^2) & \sum(x_1x_2) \\ \sum(x_2) & \sum(x_1x_2) & \sum(x_2^2) \end{vmatrix}}{D} \quad (23B)$$

$$c = \frac{\begin{vmatrix} n & \sum(x_1) & \sum(y) \\ \sum(x_1) & \sum(x_1^2) & \sum(x_1y) \\ \sum(x_2) & \sum(x_1x_2) & \sum(x_2y) \end{vmatrix}}{D} \quad (23C)$$

حيث :  $X_1, X_2, y$  : قيم الخصائص المورفومترية المحسوبة عن المسح الجيوديزي. Determinant D: المصفوفة المعينة لمجموعة المعادلات النظامية.

$$D = \begin{vmatrix} n & \sum(x_1) & \sum(x_2) \\ \sum(x_1) & \sum(x_1^2) & \sum(x_1x_2) \\ \sum(x_2) & \sum(x_1x_2) & \sum(x_2^2) \end{vmatrix} \quad (23D)$$

## 2-2: حساب قوة ارتباط العناصر فيما بينها كمجموعة واحدة

بعد حساب الثوابت : a, b, c :

◀ يمكن حساب (y) إذا كانت  $x_1, x_2, y$  المحسوبة من المسح الجيوديزي وفق شرط التريعات.

◀ ويمكن حساب ( $y_b$ ) إذا كانت المحسوبة من المسح الجيوديزي قبل تطبيق الشرط.

ونحسب عامل الارتباط للعناصر المورفومترية كلها من العلاقة:

$$r = \sqrt{\frac{\sum(y_p - \bar{y}_p)^2}{\sum(y - \bar{y})^2}} \quad (24)$$

حيث  $\bar{y}$  متوسط المتغير التابع  $y$  ،  $\bar{y}_p$  متوسط المتغير التابع  $y_b$

## 3-2: تقييم الخصائص المورفومترية أزواجاً للتعرف على مدى متانة قوة الارتباط بين المتغيرات

نظراً لأن الخصائص المورفومترية لكل وادي أو رافد ذات نشأة تطورية ، فيصعب الحكم بالتمييز بين الخواص من حيث كونها متغيرة تغيراً

مستقلاً أم تغيراً تابعاً ؛ لذا نستخدم الارتباط الجزئي Partial correlation حيث نأخذ الخصائص المورفومترية جميعها ، ونعين قوة الارتباط بينها

لكل ثلاث خواص على حدة بصورة تبديلية تكون قوة ارتباط المتغير التابع ( وليكن ترتيبه K) بدلالة قوى الارتباط المأخوذة من مثنى مثنى مع المتغيرين

المستقلين ج ، أ ؛ والعلاقة الإحصائية المستخدمة لذلك كما ورد في أسلوب ( Doornkamp and King , 1971 ) هي :

$$r_{ij \cdot k} = \frac{r_{ij} - (r_{ik} r_{jk})}{\sqrt{(1-r_{ik}^2)(1-r_{jk}^2)}} \quad (25)$$

حيث :  $r_{ij}$  هي قوة ارتباط  $x_1$  بـ  $x_2$

$r_{ik}$  هي قوة ارتباط  $x_1$  بـ  $y$

$r_{jk}$  هي قوة ارتباط  $x_2$  بـ  $y$

$r_{ij,k}$  هي قوة ارتباط  $y$  بـ  $x_1, x_2$  وهي قوة الارتباط الجزئي المطلوبة

وكلما كان عامل الارتباط الجزئي أقرب إلى الواحد الصحيح كلما كانت قوة ارتباط الخاصية المورفومترية ( المتغيرة التابعة ) بالخاصيتين المورفومتريتين (المستقلتين) أعلى .

### 3-1: تحقيق التساؤل الثالث: ما هي هيئة انحدار الوادي الرئيسي وروافده ؟

غالبا ما يكون الانحدار البسيط ( ذا الميل الثابت ) ممثلا أمنيا لتحديد هيئة الانحدار ، لأن هناك تباينات يجب أن تؤخذ في الاعتبار وعلى ذلك يمكن أن تعتمد علاقة كثيرة الحدود Polynomial كمانون رياضي لهذا التحكم ، ونظرا لأن كثيرة الحدود قد تكون من الدرجة الثانية أو الثالثة أو الرابعة ... وهكذا ؛ فإن التوقف عند درجة معينة يعتمد على مدى تقارب الثوابت (a) من القيمة الفعلية للارتفاع ، وكذلك في القيمة المطلقة للانحراف المعياري واختبار المعادلة بمقياس (t) عند مستوى دلالة، ولمعرفة دلالات الثوابت في كثيرة الحدود، نأخذ مثلا كثيرة حدود من الدرجة الرابعة :

$$y = a + b \cdot x + c \cdot x^2 + d \cdot x^3 + e \cdot x^4 \quad (26)$$

حيث أن :

الثابت a يمثل الارتفاع عند نقطة الأصل .

و الثابت b يمثل الميل .

و الثابت c يمثل تغير الميل على طول المنحنى .

و الثابت d يمثل التقعر على طول المنحنى .

و الثابت e يدل على درجة الاستقامة حيث أن القيم الصغيرة تدل على شبه استقامة.

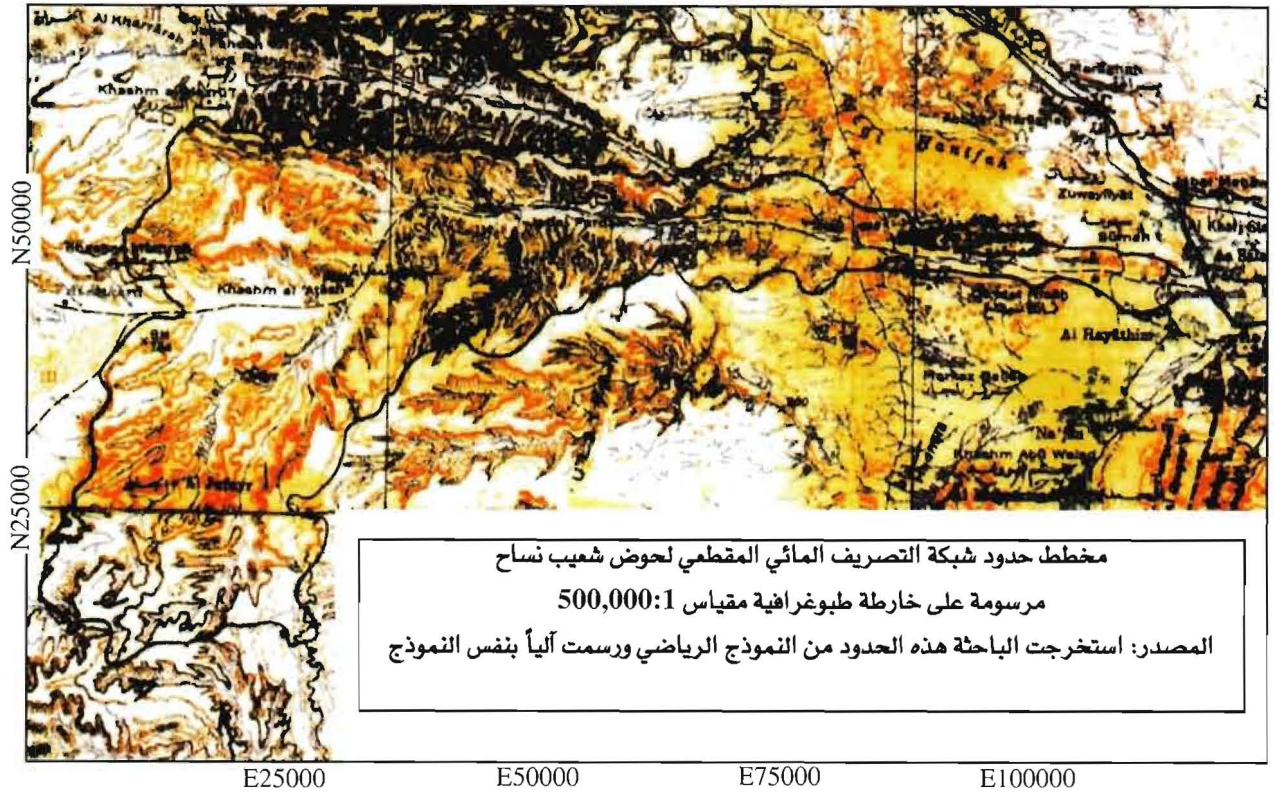
### 4-1: تحقيق التساؤل الرابع : ما هي الأساليب الإحصائية الأخرى التي يمكن تطبيقها على الأنواع المختلفة للخصائص المورفومترية ؟

بعد استخلاص أنواع الخصائص المورفومترية للوادي و التأكد من صدقها وارتباطها لكل رافد واستخلاص معادلات الانحدار للوادي الرئيسي وروافده ، فإنه يمكن إجراء تطبيقات إحصائية متعددة باستخدام البرامج والحزم الإحصائية المعروفة مثل : SPSS، SAS وغيرها . فمثلا يمكن استنتاج معادلات الانحدار البسيط بين علاقيتين إحصائيتين واستنتاج مصفوفة ارتباط بين مجموعة من الخصائص المورفومترية لاستخدامها في أي عمليات تحليل إحصائي واستخلاص أفضل معادلات الانحدار بين عدة خصائص مورفومترية ، وإن مثل هذه الاستخلاصات الإحصائية سوف تبرز وتفيد في التفسير الجيومورفولوجي بإعطاء مدلولات للعملية المورفولوجية في الوادي.

### 2- تطبيق النماذج الرياضية والإحصائية على النموذج الأرضي الرقمي في شعيب نساح

قبل أن نستعرض المخرجات الناتجة عن تطبيق النماذج الرياضية والإحصائية على النموذج الأرضي الرقمي لشعيب نساح ، نرى الأفضل للتوضيح أن نلقي الضوء على فيزيوجرافية هذا الشعيب ، وتشبيد النموذج الأرضي . يقع شعيب نساح في الجنوب الشرقي من مدينة الرياض بين خطي طول 13 '46 : 16 '47 شرقا ، ودائرتي عرض 23 '53 '26 '24 شمالا ، وتتضح ملامحه التضاريسية في مجراه الرئيسي التي تحده حافتين انكساريتين شديديتي الانحدار قد تقطعتا بفعل الصدوع الأولية والثانوية ، وبفعل عوامل التعرية : فنتج عن ذلك شعابا بلغ عددها 102 وتمثل روافد رئيسية ترفدها أيضا روافد فرعية مكونة بذلك شبكة تصريف مائي سطحي ، الشكل (2).





شكل (2): مخطط حدود شبكة التصريف المائي المقطعي لحوض شعيب نساح

وإذا رجعنا إلى الشكل رقم (1) كروكي بناء النموذج الأرضي فقد تم بناؤه في شعيب نساح من مسح جيوديزي استلزم له تشييد شبكة جيوديزية خاصة (12 موقعا) وجعلها نقاط ثابتة للإنطلاق منها إلى رصد مواقع متعددة متناثرة في بطن الوادي وروافده باستخدام إشارات GPS (لتحديد المواقع) ، وجهاز المحطة المتكاملة Total station لقياسات المسافات والاتجاهات والارتفاعات . وقد استخدمت هذه الأرصاد الجيوديزية بهذه الوفرة لتحقيق أرصاد فائضة وصولا لضبط أرضي دقيق للتغطية الفضائية Spot الاستيروسكوبية والتي تعتبر صورة رقمية للأبعاد الثلاثة DTM لكل 10 م<sup>2</sup> من سطح الأرض في شعيب نساح ، وبذلك أمكن التعامل مع كامل الأرض عدديا وهو ما يعرف بالنموذج الرقمي DTM الذي يمثل قاعدة المعلومات للنموذج الرياضي الإحصائي لاستخراج البيانات والمعلومات المورفومترية والكارتوجرافية ، وتوضيحا لأسلوب العمل مثلا تم اختيار 63 نقطة من النموذج الرقمي تمثل المجرى الرئيسي لشعيب نساح لاستخلاص خصائصه المورفومترية والبلانيمترية و172 نقطة لرسم حدود الشعيب وهكذا . ولقد تم تطبيق كافة النماذج الرياضية والإحصائية آليا على شعيب نساح من خلال برمجتها لتكون ضمن مكونات النموذج الأرضي الرياضي Mathematical Terrain Model كبرامج جزئية وسوف تُعرض نماذجها من المخرجات outputs الناتجة عن تطبيق هذه النماذج :

- 1- يوضح الجدول 2 ، والجدول 3 النقاط العشرة الأولى كعينة مختارة من 63 نقطة مخصصة فقط للمجرى الرئيسي لشعيب نساح . ويتبين في الجدول تحويل الإحداثيات الجغرافية لهذه النقاط في النموذج العددي من درجات ستينية إلى مئوية ثم تحويلها إلى إحداثيات كارتيزية ثم إلى إحداثيات محلية وقد استخدمت في ذلك معادلات التحويل (Loc Cart) و (Geo Cart) المشار إليها سابقا .
- 2- بتطبيق النماذج الرياضية لحسابات المسافات والاتجاهات يوضح الجدول 4 حسابات المسافات والاتجاهات بين النقاط العشر التي أخذت كعينة من نقاط المجرى الرئيسي لشعيب نساح ، هذا وقد وُضحت مدى دقة حسابات هذه النماذج حيث يتبين وجود فروق بسيطة أقل من نصف متر في حسابات المسافات بالنماذج الرياضية وما يناظرها على الخرائط الطبوغرافية بمقياس 1 : 50,000 .
- 3- وقد تم تطبيق النموذج الرياضي للارتفاعات على النقاط العشر المشار إليها والمختارة من 63 نقطة في المجرى الرئيسي لشعيب نساح كعينة في استخلاص فروق الارتفاعات في المستوى الرأسي وفروق المسافات على ( الخرائط والمسقط ) مما ساعد في إيجاد قيم لهذه النقاط على المحورين الجدول 5 .
- 4- وبمعلومية بيانات الأحداثيين  $y$  ,  $x$  من الجدول السابق تم رسم المقطع الطولي للإنحدار العام للشعيب أي الانحدار المتغير من نقطة إلى أخرى وتم ذلك من خلال عمليات حسابية بدأت بالانحدار البسيط وانتهت تحريا للدقة إلى معادلة انحدار المركب من كثيرة الحدود من الدرجة الرابعة . (الشكل 3) .

## جدول (2): تحويل الإحداثيات الجغرافية من درجات مئوية إلى إحداثيات كارتيزية

Point	Latitude (N)	Longitude (E)	x (m)	y (m)	z (m)	Height (m)
1	23.91585240	46.20441187	4038017.584	4211454.902	2570127.919	891.750
2	23.93025214	46.18946213	4038647.321	4209912.274	2571572.391	858.238
3	23.94465467	46.19073713	4038093.802	4209522.789	2573023.049	839.709
4	23.95996465	46.20196187	4036783.287	4209807.230	2574566.997	825.116
5	23.97336995	46.23279495	4034090.451	4211533.406	2575917.765	810.010
6	23.97699218	46.24264748	4033248.880	4212104.540	2576281.468	802.825
7	23.98922248	46.25000000	4032320.969	4212217.437	2577515.057	792.441
8	23.99470025	46.25606944	4031701.502	4212463.560	2578067.715	788.257
9	24.00000000	46.26890530	4030591.609	4213193.062	2578603.367	786.615
10	24.00846389	46.28062752	4029465.349	4213741.324	2579459.462	786.615

## جدول (3): القيم العددية للتحويلات من النظام الكارتيزي إلى النظام المحلي

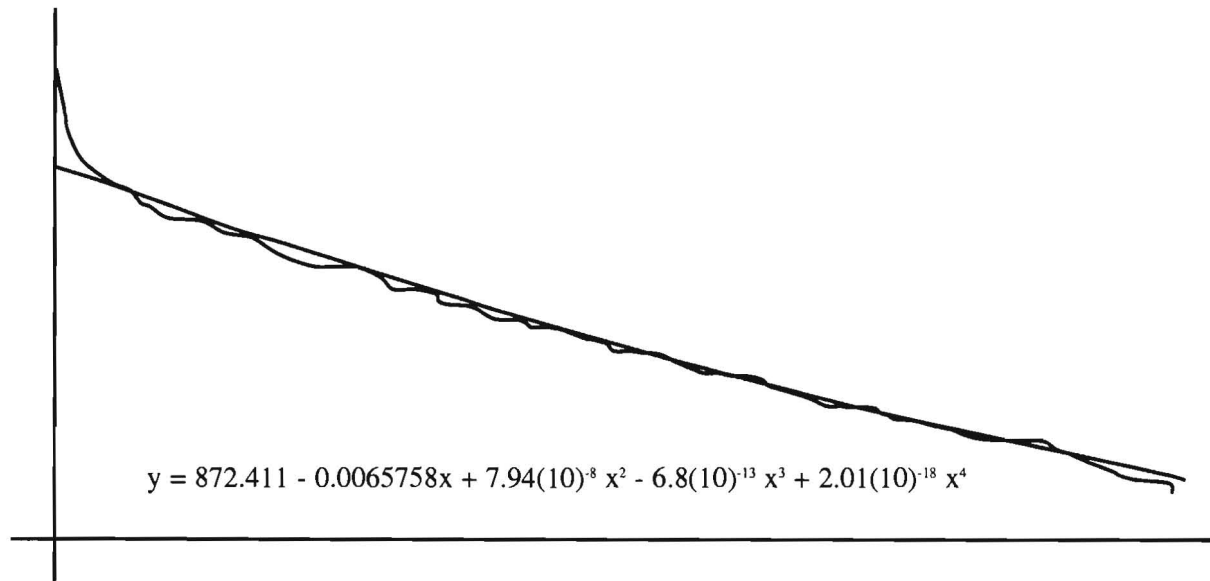
Point	x (m)	y (m)	z (m)	East (m)	North (m)
1	4038017.584	4211454.902	2570127.919	5973.060	13769.078
2	4038647.321	4209912.274	2571572.391	4456.030	15369.124
3	4038093.802	4209522.789	2573023.049	4591.018	16964.175
4	4036783.287	4209807.230	2574566.997	5739.086	18656.531
5	4034090.451	4211533.406	2575917.765	8882.049	20132.079
6	4033248.880	4212104.540	2576281.468	9886.036	20530.479
7	4032320.969	4212217.437	2577515.057	10638.159	21883.187
8	4031701.502	4212463.560	2578067.715	11257.515	22488.282
9	4030591.609	4213193.062	2578603.367	12565.316	23071.841
10	4029465.349	4213741.324	2579459.462	13760.572	24006.301

## جدول (4): المسافات الحقيقية والمسافات في المسقط والاتجاهات

Point	From	To	Slant distance	Map distance	Azimuth
1	1	2	2205.045	2204.887	316.52559618
2	2	3	1600.767	1600.752	4.83736563
3	3	4	2045.025	2045.025	34.15236937
4	4	5	3472.098	3472.096	64.85103068
5	5	6	1080.148	1080.145	68.35593359
6	6	7	1547.743	1547.743	29.07463505
7	7	8	865.877	865.876	45.66725386
8	8	9	1432.098	1432.091	65.95290807
9	9	10	1517.201	1517.186	51.98144728
10	10	11	2619.811	2619.811	46.33292361

## جدول (5): إحداثيات المجرى الرئيسي لشعيب نساح في المستوى الرأسي

Point	From	To	Slant distance	Map distance	x	y
1	1	2	2205.045	2204.887	555.805	891.750
2	2	3	1600.767	1600.752	2760.692	858.238
3	3	4	2045.025	2045.025	4361.445	839.709
4	4	5	3472.098	3472.096	6406.470	825.116
5	5	6	1080.148	1080.145	9878.567	810.010
6	6	7	1547.743	1547.743	10958.712	802.825
7	7	8	865.877	865.876	12506.454	792.441
8	8	9	1432.098	1432.091	13372.331	788.257
9	9	10	1517.201	14804.421	14804.421	786.615
10	10	11	2619.811	2619.811	16321.607	785.675
11	11	12	1749.255	1749.255	18941.418	771.681
12	12	13	3595.198	3595.193	20690.673	766.109
13	13	14	3244.512	3244.511	24285.866	743.722
14	14	15	2592.199	2592.193	27530.377	733.281



شكل (3): المقطع الطولي للمجرى الرئيسي لشعيب نساح من الجفير إلى الهياثم وخط الانحدار المركب من كثيرة الحدود من الدرجة الرابعة

5- وتفيد الدراسة أن النماذج الرياضية للتحويلات الإحداثية والنماذج الخاصة بالمسافات والإرتفاعات والإتجاهات والمساحات ، قد طبقت على نقاط النموذج الأرضي الرقمي وتم إعداد جداول قواعد البيانات التي استخلصت منها الخصائص المورفومترية للروافد الرئيسية في شعيب نساح . وتوضح الجداول : 6 أهم الخصائص الشكلية ، 7 الخصائص المائية ، 8 خصائص الكثافة النهرية ، و 9 الخصائص التضاريسية للروافد العشرة الأولى كعينة من روافد الشعيب والتي بلغ عددها 102 رافدا .

جدول (6): الخصائص الشكلية

الرافد	طولهُ $L_u$	محيطهُ $P_u$	عرضهُ $W_u$	مساحته $A_u$	إستدارته $Rc$	إستطالته $Re$
T001	2.418	5.106	0.352	0.6432	0.310	0.672
T002	0.732	2.167	0.501	0.1221	0.327	0.942
T003	2.409	5.061	0.242	0.4582	0.225	0.669
T004	2.212	4.831	0.446	0.8216	0.442	0.695
T005	2.825	5.989	0.695	1.0068	0.353	0.675
T006	2.954	6.836	0.482	0.9865	0.265	0.737
T007	3.261	6.822	0.516	1.1283	0.305	0.666
T008	3.155	6.838	0.446	1.0212	0.274	0.690
T009	2.196	4.556	0.195	0.4673	0.283	0.660
T010	2.718	6.017	0.416	0.9875	0.161	0.705

جدول (7): أهم الخصائص المائية مقاسة بالأمتار

الرافد	الرتبه $u$	أعداد الروافد $N_u$	مجموع الأطوال $L_u$	متوسط الأطوال $L_u = L_u / N_u$
T001	1	1	2.418	2.418
T002	1	1	0.732	0.732
T003	1	1	2.409	2.409
T004	1	1	2.212	2.212
T005	1	1	2.825	2.825
T006	1	1	2.954	2.954
T007	1	1	3.261	3.261
T008	1	1	3.155	3.155
T009	1	1	2.196	2.196
T010	1	1	2.178	2.178

## جدول (8) : خصائص الكثافة النهرية

معدل النسيج	التكرار النهري	كثافة التصريف	عدد الروافد	مجموع أطوال الروافد	الروافد
$T_u = N_u / P_u$	$F_u = N_u / A_u$	$D = (\sum L)_u / A_u$	$(\sum N)_u$	$(\sum N)_u$	
0.196	1.555	3.759	1	2.418	T001
0.600	3.105	2.273	1	0.732	T002
0.198	2.182	5.258	1	2.409	T003
0.207	1.217	2.692	1	2.212	T004
0.167	0.993	2.833	1	2.852	T005
0.146	1.014	2.994	1	2.954	T006
0.147	0.886	2.890	1	3.261	T007
0.146	0.979	3.090	1	3.155	T008
0.219	2.140	4.699	1	2.196	T009
0.166	1.013	3.752	1	2.718	T010

## جدول (9) : الخصائص التضاريسية

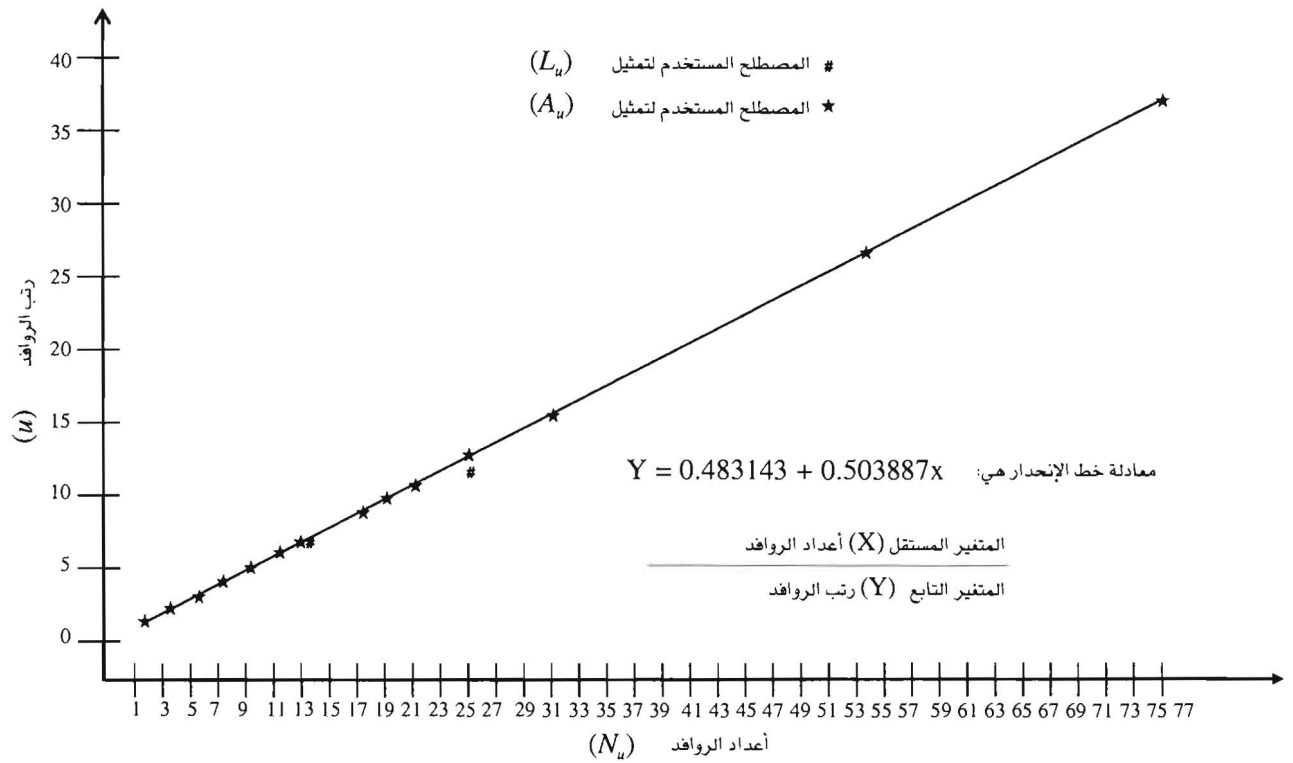
ثابت التضرس	نسبة التضرس	التضرس الكلي	أعلى نقطة	أخفض نقطة	الميل الجانبي الأعظمي	ميل مجرى الروافد	الروافد
$R = DH/1000$	$R_h = H/L$	$H = Z - z$	$Z$	$z$	$\theta_{max}$	$\theta_c$	
0.1132	0.0124	30.1	871.8	841.8	1.0335	0.7132	T001
0.2608	0.0594	43.5	882.7	839.2	13.6157	3.4009	T002
0.8154	0.0644	155.1	991.6	826.5	22.5498	3.6838	T003
0.0159	0.0027	5.9	835.6	829.7	7.4429	0.1528	T004
0.0969	0.0121	34.2	860.8	826.6	36.0872	0.6936	T005
0.3809	0.0431	172.2	951.7	824.5	12.6480	2.4656	T006
0.2930	0.0293	95.7	915.5	819.8	17.3064	1.6810	T007
0.4437	0.0455	143.6	960.3	816.7	11.5501	2.6060	T008
0.6062	0.0587	129.9	939.1	810.1	9.3148	3.3619	T009
0.3231	0.0432	117.4	925.7	808.3	28.0683	2.4733	T010

6- تم التأكد من قوة الارتباط بين الخصائص المورفومترية التي تم الحصول عليها في كل رافد ، وتم ذلك من مثنى مثنى كخطوة أساسية في حسابات الارتباط بين العديد من الخصائص المورفومترية لكل رافد وفق ما أشير إليه أثناء عرض للنماذج الإحصائية الخاصة بالارتباط بين خاصيتين مورفومتريتين والارتباط بين عدة خصائص مورفومترية ، كما استخدمت العلاقات الإحصائية للارتباط الجزئي في ضبط وانتقاء أنسب الخصائص المورفومترية لتكون متغيرات مستقلة والخاصية التي تكون متغيرا تابعا ، وقد طبقت ذلك على علاقة الميل كمتغير مستقل وتقصد به الميل المقاس عمليا بإيجاد متوسط الميل ، وعلاقة الميل كمتغير تابع في كثيرة حدود من الدرجة الثانية لطول الروافد وتضرسها الكلي في كثيرة حدود من الدرجة الثانية ، وقد تبين أن الميل في الحالة الثانية أفضل من حسابات متوسط الميول (الميل كمتغير مستقل)

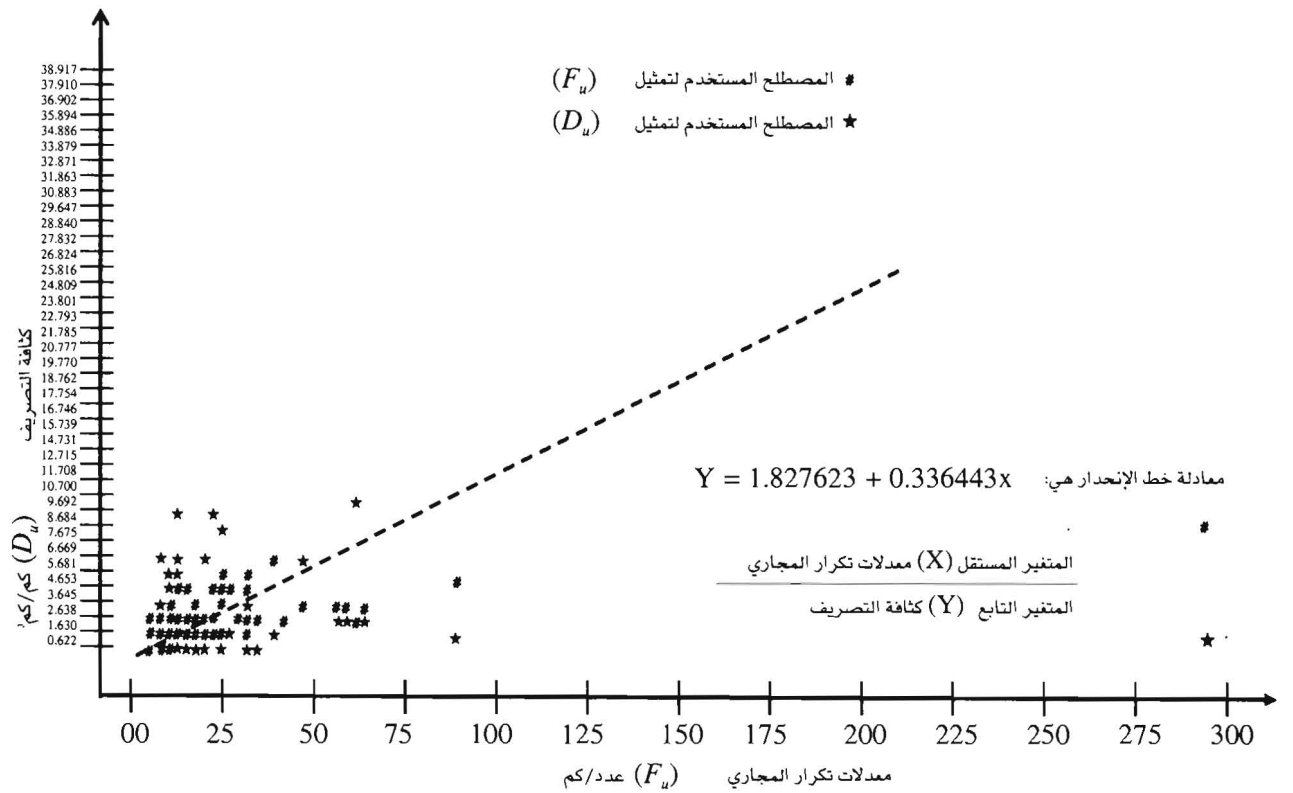
7- تم أيضا عمليات إحصائية باستخدام البرنامج الإحصائي SAS على تسع خصائص مورفومترية أساسية فاستخلصت ما يلي :

## 7-1: معادلات الانحدار البسيط للعلاقات المورفومترية الثانية التالية :

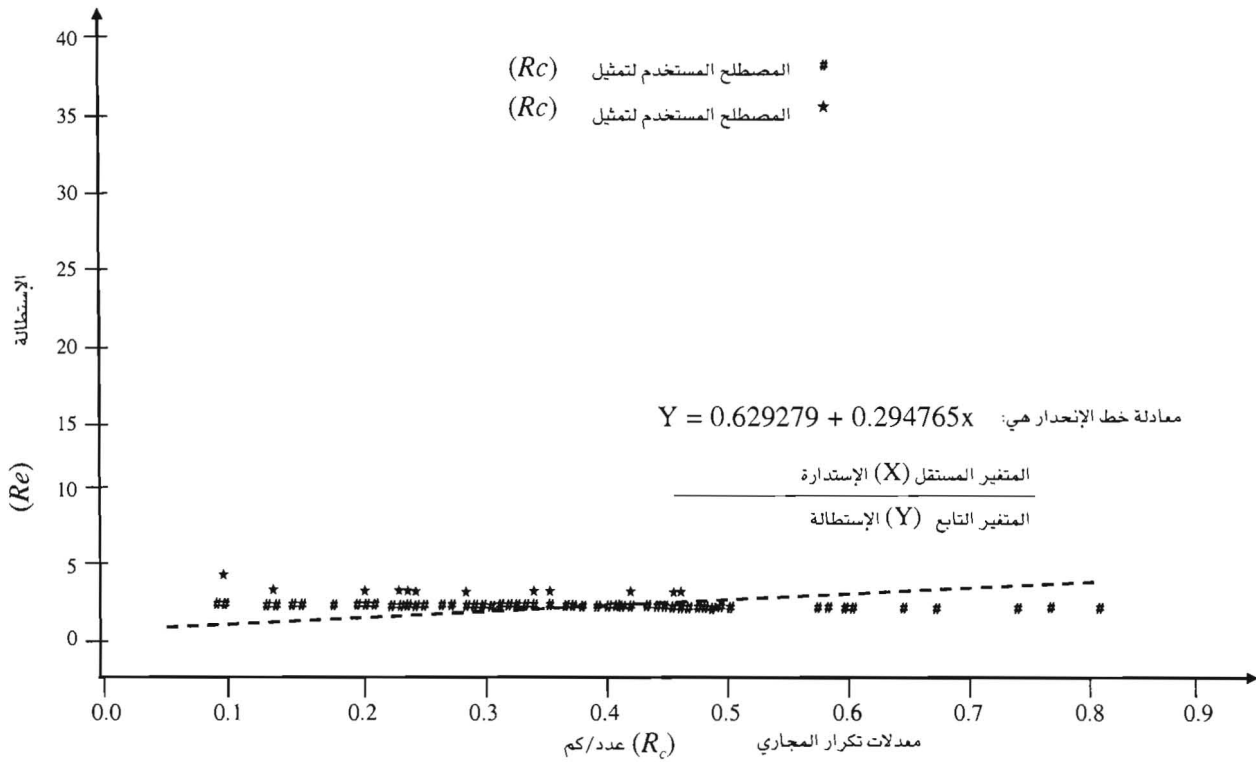
- العلاقة بين رتب الروافد (u) وأعدادها ( $N_u$ ) وتمثلها معادلة انحدار بسيط ذات ثوابت مميزة طردية باختبار (t) وهذه المعادلة موضحة في (الشكل 4) بمعنى آخر أنه كلما زادت أعداد الروافد ( $N_u$ ) زادت رتبها (u).
- العلاقة بين كثافة التصريف ( $D_u$ ) ومعدلات تكرار المجاري ( $F_u$ ) وتمثلها معادلة انحدار بسيط ذات ثوابت مميزة طردية باختبار (t) وهذه المعادلة موضحة في (الشكل 5) بمعنى آخر أنه كلما زادت معدلات تكرار المجاري زادت الكثافة التصريفية ( $D_u$ ).
- العلاقة بين الاستطالة ( $R_u$ ) والاستدارة ( $R_c$ ) وتمثلها معادلة انحدار بسيط ذات ثوابت مميزة طردية ضعيفة باختبار (t) وهذه المعادلة موضحة في (الشكل 6) ؛ بمعنى آخر أنه كلما زادت الاستطالة زادت الاستدارة .
- العلاقة بين الأطوال والمساحات التجميعية وتمثلها معادلة انحدار بسيط ذات ثوابت مميزة طردية باختبار (t) وهذه المعادلة موضحة على (الشكل 7) بمعنى آخر أنه كلما زادت الأطوال ( $L_u$ ) زادت المساحات التجميعية ( $A_u$ ).
- العلاقة بين درجات انحدار المجاري المائية ( $\Theta_c$ ) ورتبها (u) وتمثلها معادلة انحدار بسيط ذات ثوابت مميزة عكسية باختبار (t) وهذه المعادلة موضحة على (الشكل 8) بمعنى آخر أنه كلما قلت رتب المجاري المائية زادت درجة الانحدار.



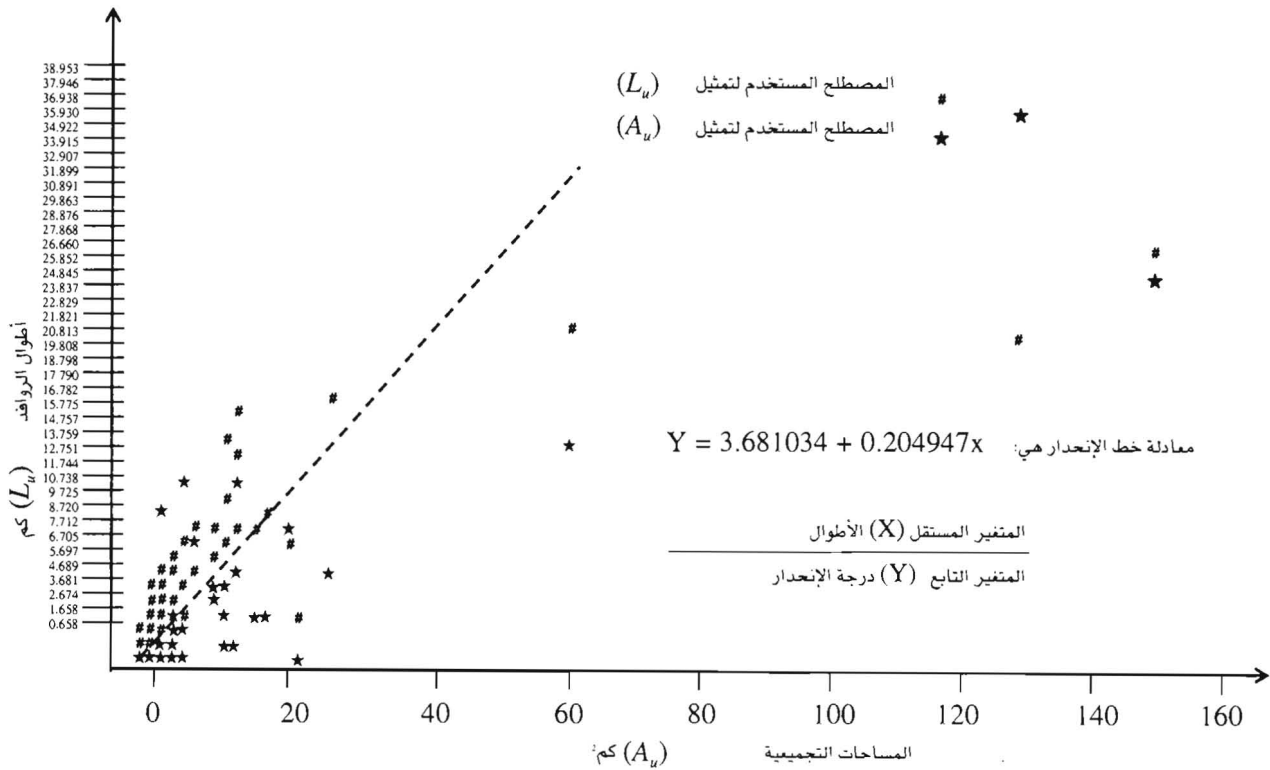
الشكل (4) : تمثيل بياني للتوزيع الإحصائي الانتشاري لقيم كل من رتب الروافد و أعدادها



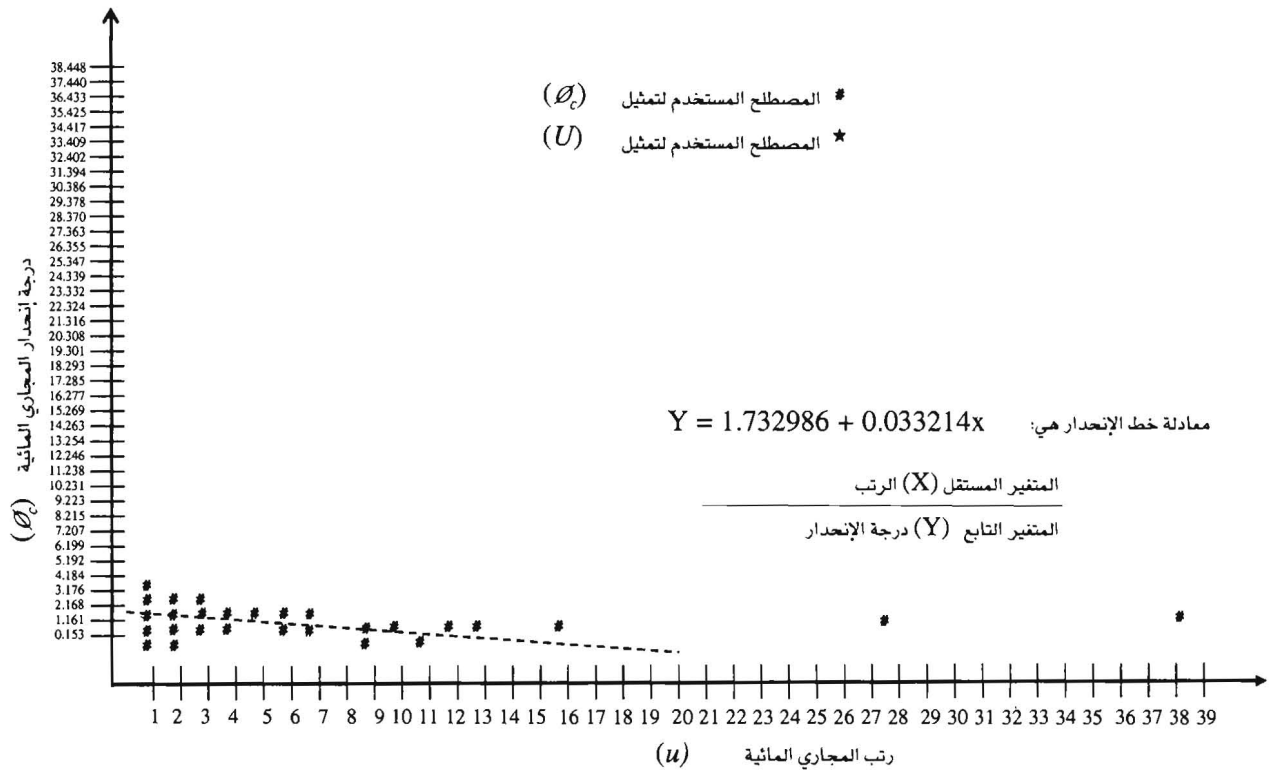
الشكل (5) : تمثيل بياني للتوزيع الإحصائي الانتشاري لقيم كل من كثافة التصريف و معدلات تكرار المجاري



الشكل (6) : تمثيل بياني للتوزيع الإحصائي الانتشاري لقيم كل من الاستطالة والاستدارة



الشكل (7) : تمثيل بياني للتوزيع الإحصائي الانتشاري لقيم كل من الأطوال والمساحات التجميعية



**الشكل (8)** : تمثيل بياني للتوزيع الإحصائي الانتشاري لقيم كل من درجة إنحدار المجاري المائية ورتبها

**2-7**: مصفوفة معاملات ارتباط بيرسون عند احتمالية  $\alpha > R$  ومستوى  $H_0 = 0$  للخصائص المورفومترية التسع الأساسية لإجراء عمليات إحصائية، جدول (10).

**جدول (10)** : مصفوفة معاملات ارتباط بيرسون عند احتمالية  $\alpha < |R|$  ومستوى  $H_0 = 0$ .

درجة إنحدار المجري ( $\theta_c$ )	الكثافة التصريفية ( $D_u$ )	معدلات تكرار الروافد ( $F_u$ )	رتب الروافد ( $u$ )	أعداد الروافد ( $N_u$ )	أطوال الروافد ( $L_u$ )	المساحة ( $A_u$ )	الإستدارة ( $R_c$ )	الإستطالة ( $R_e$ )	
0.100077	0.35292	0.03051	0.09785	0.09984	0.20713	0.01567	0.42759	1.0000	( $R_e$ ) الإستطالة
0.3136	0.0003	0.7608	0.3279	0.3181	0.0367	0.8758	0.0001	0.0	
0.1519	0.31339	0.06781	0.11191	0.11459	0.37233	0.13309	1.00000	0.42759	( $R_c$ ) الإستدارة
0.1275	0.0013	0.4983	0.2628	0.2514	0.0001	0.1824	0.0	0.0001	
0.15764	0.21978	0.11204	0.87976	0.87541	0.82503	1.00000	0.13309	0.01567	( $A_u$ ) المساحة
0.1136	0.0265	0.2623	0.0001	0.0001	0.0001	0.0	0.1824	0.8758	
0.18611	0.23219	0.19284	0.78164	0.78327	1.00000	0.82503	0.37233	0.20713	( $L_u$ ) أطوال الروافد
0.0611	0.0189	0.0522	0.0001	0.0001	0.0	0.0001	0.0001	0.0367	
0.21287	0.11315	0.00478	0.9972	1.00000	0.78327	0.87541	0.11459	0.09984	( $N_u$ ) أعداد الروافد
0.0317	0.2575	0.9620	0.0001	0.0	0.0001	0.0001	0.2514	0.3181	
0.21124	0.11281	0.00470	1.00000	0.99972	0.78164	0.87976	0.11191	0.09785	( $u$ ) رتب المجري
0.0331	0.2590	0.9626	0.0	0.0001	0.0001	0.0001	0.2628	0.0.3279	
0.11654	0.73206	1.00000	0.00470	0.00478	0.19284	0.11204	0.06781	0.03051	( $F_u$ ) معدلات تكرار المجري
0.2434	0.0001	0.0	0.9626	0.9620	0.0522	0.2623	0.4983	0.6708	
0.10410	1.00000	0.73206	0.11281	0.11315	0.23219	0.21978	0.31339	0.35292	( $D_u$ ) الكثافة التصريفية
0.2978	0.0	0.0001	0.2590	0.2575	0.0189	0.0265	0.0013	0.0003	
1.00000	0.10410	0.11654	0.21124	0.21287	0.18611	0.15764	0.15191	0.10077	درجة إنحدار المجاري

3- 7: وأيضاً تم استنتاج أفضل معادلات الانحدار بين هذه الخصائص على اعتبار أن المساحة هي المتغير المستقل ، وكانت على النحو التالي :

$$A_u = -3.97071674 + 3.38172198u \quad \text{المعادلة الأولى :}$$

$$A_u = -7.79614866 + 1.42147048L_u + 2.32078741u \quad \text{المعادلة الثانية :}$$

$$A_u = -24.24915473 + 1.58764424L_u + 35.43388470u - 16.75712561N_u \quad \text{المعادلة الثالثة :}$$

$$A_u = -44.2055569 + 26.71530068R_E + 1.77537041L_u + 33.94795535u - 16.05129003N_u \quad \text{المعادلة الرابعة :}$$

$$A_u = -46.7113082 + 27.86217725R_E + 1.79055482L_u + 33.42717269u - 15.77525163N_u + 1.07593189\phi_c \quad \text{المعادلة الخامسة :}$$

$$A_u = -45.80885686 + 27.38910642R_E + 1.74264023L_u + 33.36814119u - 15.72902701N_u - 0.13599159F_u + 0.99963449\phi_c \quad \text{المعادلة السادسة :}$$

$$A_u = -46.26456 + 26.172118R_E + 2.74777R_c + 1.80027L_u + 33.16576u - 15.64376N_u - 0.12396F_u + 1.09003\phi_c \quad \text{المعادلة السابعة :}$$

$$A_u = -49.88784 + 28.17588R_E + 5.02027R_c + 1.86931L_u + 32.77706u - 15.45846N_u - 0.32979F_u + 0.64658D_u + 1.026716\phi_c \quad \text{المعادلة الثامنة :}$$

وهذه المعادلات نستخلص منها ما يلي :

1- وجود علاقات طردية بين كل من المساحة ( $A_u$ ) كمتغير تابع والمتغيرات المستقلة التالية : أطوال الروافد ( $L_u$ ) ورتبها ( $u$ ) ، أعدادها ( $N_u$ ) والاستطالة ( $R_E$ ) ، والاستدارة ( $R_c$ ) ، والكثافة التصريفية ( $D_u$ ).

2- وجود علاقات عكسية بين كل من المساحة ( $A_u$ ) كمتغير تابع والمتغيرين المستقلين : التكرار النهري ( $F_u$ ) وأعداد الروافد ( $N_u$ )

3- تختلف درجات العلاقات الطردية و العكسية بين المساحة ( $A_u$ ) و المتغيرات المورفومترية الأخرى بحسب قيمة الثابت الذي يسبق كل متغير مستقل . فمثلا في المعادلة الثامنة تكون العلاقة الطردية بين المساحة و الرتبة النهري للرافد أقوى منها بين المساحة و أطوال الروافد الفرعية : لان الثابت قبل الرتبة النهري = 32.77706 وقبل أطوال الروافد = 1.86931

## النتائج والتوصيات

لقد أسفرت الدراسة عن النتائج والتوصيات التالية :

- تعزيز العمل الميداني من خلال ضبط للأرصاء الجيوديزية باستعمال التريبيعات الصغرى . least squares adjustment
- تعيين قوة الارتباط بين الأرصاء والخصائص المورفومترية وتحديد مستوى significance من خلال تطبيقات معادلات الارتباط للعالم (Pearson) والارتباط الجزئي part correlation وتطبيق الاختبار الإحصائي المعروف بـ (t test)
- إيجاد أنسب معادلات لتمثيل الانحدار في الوادي الرئيسي وروافده بتطبيق معادلات الانحدار البسيط simple regression ، والمركب كثيرات الحدود ( polynomial حتى الدرجة الرابعة 4<sup>th</sup> order
- تعيين الإحداثيات الجيوديزية والكارثيزية والمحلية والتحويل فيما بينها وذلك ضمن ثوابت ellipsoid وثوابت جيوب تمام التوجيه لنقطة المرجع الجيوديزي المحلي الثابتة بتطبيق معادلات رياضية متعارف عليها .
- بناء قاعدة مورفومترية لاستخلاص الخصائص المورفومترية المختلفة ( المائية ، والشكلية والتضاريسية ، وخصائص الكثافة النهري ) من تطبيق قوانين في الهندسة التحليلية الفراغية لإيجاد العناصر الأربع الأساسية المكونة لهذه القاعدة ، وهي : المسافات ، والاتجاهات ، والمساحات ، والارتفاعات ، هذه العناصر تغطي كافة المتطلبات لمتغيرات القوانين الرياضية المتعددة والمستخدمة في استخلاص الخصائص المورفومترية .
- إيجاد علاقات ارتباط بين الخصائص المورفومترية ثنائية ، ومتعددة بين تسع خصائص بعد تحديد أي المتغيرات ثابتة وأيهما يكون تابع ( من خلال التبديل فيما بينها بالارتباط الجزئي ) ، واستخلاص أفضل معادلات الانحدار بين تسع خصائص مورفومترية .



- استخدام رياضيات المصفوفات في إيجاد ثوابت معادلات الانحدار المركب وتحديد معادلات الأخطاء error equation لضبط الأشكال المورفومترية باستخدام رياضيات المصفوفات .
- المساهمة الفعالة في عمليات الرسومات البلانيمترية لحدود الشعيب ومجرى الرئيسي وروافده من خلال تطبيق قوانين المسافات distance والاتجاهات azimuth والحسابات التراكمية وتعيين الإحداثيات بأنواعها .
- وتوصي الباحثة : بضرورة تقييم القوانين والمعادلات الرياضية المستخلصة من الطرق المورفومترية سواء كانت من نمذجة أرضية أو قياسات حقلية أو جوية وذلك لتطويعها بما يسهل العمل المورفومتري في مجال الوديان الجافة في المملكة العربية السعودية .

#### المراجع

- Bowering, BR** (1967) Transformation From Spatial to Geographical Coordinates, Survey Review .Vol III. No. 181. 323-327.
- Chorley, RJ and Haggett, P (Editors)** (1977) Models in Geography, Methuen and Co. Ltd., London.
- Doornkamp, JC and King, CAM** (1971) Numerical Analysis in Geomorphology - An Introduction, London, 1-112 .
- Ebisemiju, FS** (1987) The Effects of Environmental Heterogeneity on the Independence of Drainage Basin Morphometric Properties, Thesis, Singapore Journal of Tropical Geography
- Flint, JJ** (1974) Stream Gradient as a Function of Order, Thesis, Department of Geological Sciences, Brock University, USA
- Gardiner, V** (1990) Drainage Basin Morphometry, In: Goudie. A. Editor. *A Manual of Geomorphological Techniques, Thesis*, London, Allen and Unwin.
- Horton, RE** (1932) Drainage basin characteristics "Amer, Geophys Union, Tr., 350-361.
- Howard, JA** (1977) Satellite Remote Sensing for Basin Development and Monitoring, Proceedings, U. N. E. C. for Western Asia, Beirut, 271-290. Pergamon Press.
- Patton, PC** (1985) Drainage Basin Morphometry and Floods Drainage Basin Morphometry, Chapter 3, 51-64, Dept. of Earth and Environmental Sciences, Western Univ. Middleton, Connecticut, USA
- Schuman, SA** (1956) Evolution of Drainage Systems and Stopes in Badlands at Perth amboy, Thesis, bulletin of the Geological Society of America
- Strahler, A** (1954) Statistical Analysis in Geomorphic Research. J of Geology, **62**. 1-25, American Association of Geology
- Strahler, A** (1957) Quantitative Analysis of Watershed Geomorphology Thesis, Transactions American Geophysical Union - Tuma, Jan j.,(1970) Engineering Mathematics Handbook, McGra-Hill Book company, Ney York, USA.
- Strahler, A** (1964) Quantitative Analysis of Drainage Basins Networks, Handbook of Applied Hydrology VT Chow (ed)

Received 3<sup>rd</sup> July 2004, in revised form 20<sup>th</sup> April 2004